

空间观念的内容及意义与培养

孙晓天¹, 孔凡哲², 刘晓玫³

(1. 中央民族大学 数学系, 北京 100081;

2. 济宁师范专科学校 中小学教育研究所, 山东 济宁 272025; 3. 首都师范大学 数学系, 北京 100037)

摘要: 空间观念是义务教育阶段培养学生初步的创新精神和实践能力所需要的基本要素. 空间观念主要表现为学生主动、自觉或自动化地“模糊”2维和3维空间之间界限的一种本领, 是一种可以把握的能力. 能够发展学生空间观念的学习内容主要包括: 视图与构造, 直观与推理, 观察与投影. 通过对具体情景的探索会发现, 从不同的角度观察物体、辨别方位、动手操作、想象、描述和表示、分析和推理等活动是发展学生的空间观念的有效途径.

关键词: 数学课程标准; 空间观念; 空间观念的含义; 空间观念的定位

中图分类号: G632.3 文献标识码: A 文章编号: 1004-9894(2002)02-0050-04

《标准》在总目标中明确提出“通过义务教育阶段的数学学习, 学生要具有初步的创新精神和实践能力……”. 根据数学的学科和课程特点, 《标准》把“空间观念”作为义务教育阶段培养学生初步的创新精神和实践能力的一个重要学习内容. 《标准》对空间观念所作的阐释, 以及在相关内容上所作出的具体安排, 充分体现了《标准》总目标对培养创新精神的要求.

1 空间观念的意义

传统的几何课程, 内容差不多都是计算和演绎证明. 到了初中以后, 几何几乎成了一门纯粹的关于证明的学问. 之所以如此, 与传统上认为“数学是思维的体操”、把智力或思维能力的发展看成数学教育的主要目标有关. 但是, 以证明为主题的几何课程内容主要是由一些经过精心组织、现成的、条理清晰的概念、公理、定理和逻辑的思考方法(主要是三段论)构成的, 重点在形式化, 内容比较单调, 呈现方式也是冷冰冰的. 这样的课程难以鼓舞学生的学习欲望和兴趣, 学习这样的课程时, 学生只能是被动地参与, 难觅发挥主动性和创造性的空间. 另外, 传统的几何课程中很难找到与“空间”有关的内容. 虽然“教学大纲”也有关于“空间观念”的表述, 如“能够由形状简单的实物想象出几

何图形, 由几何图形想象出实物的形状”等等, 但在具体的教学内容和教学要求中却鲜见与之有关的解释和说明. 几何课程的主旋律就是研究平面几何图形及其性质的基本方法, 虽然也有“识图初步”这样的条目, 但其在内容和要求上都显得无足轻重.

然而, 空间与人类的生存紧密相关, 了解、探索和把握空间能使人类更好地生存、活动和成长. 空间观念是创新精神所需的基本要素, 没有空间观念, 几乎谈不上任何发明创造. 因为许许多多的发明创造都是以实物的形态呈现的, 作为设计者要先从自己的想象出发画出设计图, 然后根据设计图做出实物模型, 再根据模型修改设计, 直至最终完善成型. 这是一个充满丰富想象和创造的探求过程, 也是人的思维不断在2维和3维空间之间转换, 利用直观进行思考的过程, 空间观念在这个过程中起着至关重要的作用. 所以, 明确空间观念的意义, 认识空间观念的特点, 发展学生的空间观念, 对培养学生具有初步的创新精神和实践能力是十分重要的. 这就是《标准》把“空间观念”作为义务教育阶段重要学习内容的意义所在.

2 《标准》中的空间观念

《标准》描述了空间观念的主要表现, 其中包

收稿日期: 2001-10-28

作者简介: 孙晓天(1952—), 男, 吉林人, 中央民族大学教授, 硕士, 主要从事数学教育研究.

括“能够由实物的形状想象出几何图形，由几何图形想象出实物的形状，进行几何体与其三视图、展开图之间的转化”。作为空间观念最基本的表现，这是一个包括观察、想象、比较、综合、抽象分析，不断由低到高向前发展的、对客观事物的认识过程，是建立在对周围的环境直接感知基础上的、对空间与平面相互关系的理解和把握过程。在这个意义上，空间观念是学生主动、自觉或自动化地“模糊”2维和3维空间之间界限的一种本领，是学生对生活中的空间与数学课本上的空间之间密切关系的领悟。

把握实物与相应的平面图形、几何体与其展开图和三视图之间的相互转换关系，不仅是一个思考过程，也是一个实际操作过程。把上述表现进一步向前延伸，就是要尝试着物化那些感知到的，在直观的水平上有所把握的“转化”关系，这就是《标准》提到的“能根据条件作出立体模型或画出图形”，重现感知过的平面图形或空间物体。无论是做立体模型还是画出图形，都要在头脑加工和组合的基础上，通过实际尝试和动手操作来实现。这种重现能使几何基于直观的表象、联想和特征得到实实在在的表示，使空间观念从感知不断发展上升为一种可以把握的能力。

《标准》进一步指出了空间观念在分析和抽象层次上的表现，如“能从较复杂的图形中分解出基本的图形……”，“能描述实物或几何图形的运动和变化，能采用适当的方式描述物体间的相互关系”等等。在把握“相互转换”关系的基础上，刻画了根据图形的特征在逻辑上对图形关系进行的分析与操作。例如，在电话里向别人描述如图1所示的积木块建筑的形状，就要抓住积木块之间的位置关系，使对方在看不到实物的情况下，通过你的叙述产生符合原形的直观想象。叙述和倾听都需要在逻辑上对图形关系进行分析与操作。严格准确地描述它的形状，可能会因人的能力差异而有所不同，但这些描述中的共性，可能就导致了一些有规律的内容出现，那就是空间观念。

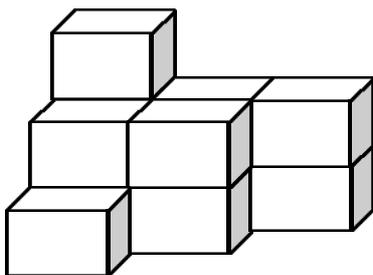


图 1 积木块建筑

空间观念的表现还包括“能运用图形形象的描述问题，利用直观进行思考”。直观思考是没有严格演绎逻辑的“形象化”的推理，是结合情景进行的思考。如，根据图2中的三视图建造的建筑物是什么样子的？共有几层？一共需要多少个小立方体？

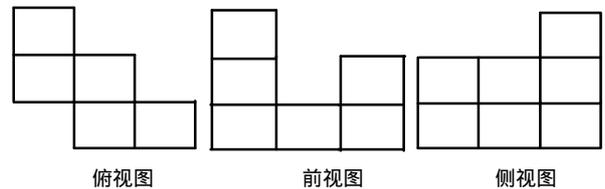


图 2 积木块建筑三视图

回答这个问题，必须多次进行“如果……那么”的思考，尝试得出正确的结论。比较、综合、归纳、模拟与位置有关的推理，有条理的具体操作等一系列手段在这里都用得上。回答这个问题会运用到典型的数学思维方法，经历典型的数学解决问题过程：提出假设，得出一个结论，证实或否定这个结论。这里虽然没有严密的命题逻辑、演绎推理与直观结合的思考，照样能得出正确的结论。

3 空间观念的培养

为了使空间观念从理念转化为数学课程的实践，需要在教学过程中加入以下新元素。

3.1 反映空间观念的课程内容

空间观念不仅是“观念”，还是数学课程里新的内容、题材和呈现方式。由于以往课程中这方面的资源非常缺乏，依据《标准》的要求，选择与空间观念密切相关的题材就显得十分重要。为了培养和发展学生的空间观念，《标准》不仅在“空间观念”的提法上加入了一些新的元素，而且在内容上作了相应的安排，在3个学段都大大加强了与培养空间观念有关的内容，提出了一些新的具体目标。如：第一学段的“辨认从正面、侧面、上面观察到的简单物体的形状”，“会用上、下、左、右、前、后，描述物体的相对位置”，“能辨认从不同方位看到的物体的形状和相对位置”；第二学段的“认识长方体、正方体、圆柱体的展开图”；第三学段的“知道物体的阴影是怎么形成的，并能根据光线的方向辨认实物的阴影”，“了解闪点、视点、视线及盲区的含义”等等。

这些内容的设置，使视图与构造、直观与推理、观察与投影等内容成了培养学生空间观念的重要

学习资源并使空间和空间观念从孩子入学的那一刻开始就伴随他们成长了。

《标准》中与空间观念有关的内容目标还有很多，这里提到的只是其中几条，有些是《标准》第一次作为课程内容提出的新元素。在以往的数学课程体系中，这样的内容往往显得无足轻重，有些则完全被屏蔽在数学课程的视野之外。因为按照传统的数学课程理念衡量，这样的内容不那么系统，很难用定义、定理、命题、性质把它们串起来；这样的内容也不那么好教，一方面，严格的逻辑在这里用处不大；另一方面，“灌输”的方法也很难起作用；这样的内容更不那么好考，因为探究这样的内容需要观察、思考、交流、模拟、尝试，甚至要争论、辩论，要走出课堂，其中任何一个环节都不大容易在纸上呈现，不大好打分。然而，如果数学课程里没有这些元素，学生的空间观念将从何而来？如果没有空间观念，数学课程将如何满足素质教育的要求，怎样建立与创新精神培养之间的全面联系？因此，《标准》明确地把空间观念作为与培养学生创新意识有关的重要数学学习内容之一。

3.2 体现空间观念的呈现方式

体现空间观念的内容一定要附以恰当的题材和呈现方式，使学生通过模拟、归纳与位置有关的演绎，甚至实际操作等一系列方法去作尝试。通过具体的情景让学生探索和发现，在不断提出问题和解决问题的氛围中，引导学生得出正确的结论，发展空间观念。

例如，当你乘车沿一条平坦的路向前行驶时，为什么你前方那些高一些的建筑物好像“沉”到了位于它们前面那些矮一些的建筑物后面去了？而当你经过它们之后，那些“沉”下去的建筑物又逐渐“冒”了出来，这其中的原因何在？这一情形可以抽象为侧视图（如图3）。

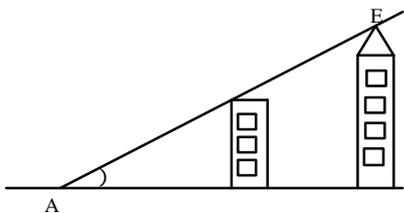


图3 建筑物成像侧视图

如果你所在的位置是A，你是否会看到后面那座高大的建筑物？为什么？

这样的问题情景是很多学生经历过的，而正确

回答这个问题却要涉及到视线、视点、视角、视距等许多与投影有关的概念。对这个问题的讨论会引导学生逐渐明了这样的道理：被视物体看上去的高矮是由视角 α 所决定的，而视角的大小又依赖于被视物的高度和视点与被视物之间的距离（距离越近，视角 α 越大；距离越远，视角 α 越小）。如果A再向前挪动一点，视角 α 再大一点，那座高大的建筑物就会在眼前消失。“沉”到矮的那座建筑物后面去，问题就可以回答清楚了。

继续探讨，如果反过来，当A处于什么位置时，在E点就看不到了呢？回答这个问题，需要探讨从E看不到的点形成的空间，称为E点的盲区。在不同的背景下，这里有不同的意义。比如在这里可以躲开E点的观察和跟踪，而如果这里代表的是通讯系统的盲区，这里的无线电话就会拨不出去、收不到。

这个例子反映了如何从普通生活中的情景出发，在分析讨论的基础上找出数学模型，通过思考和简单的实验，不断认识、了解和把握实物与相应的平面图形之间的相互转换关系，通过切身的感受和体验建立空间观念。这样的题材接触多了，2维和3维空间之间的界限就会越来越模糊，空间观念就可以逐步形成。

这样的例子是对学生有吸引力的内容，有助于提高学生数学学习的兴趣。这些内容作为培养空间观念的载体，能引导学生在研究探索的氛围里，在合作交流的过程中，积淀对空间观念的认识。面对这样的题材，学生的许多个人知识和直接经验都能用得上，不同的学生会有不同的心得。他们熟悉的视线、影子，甚至小时候捉迷藏用的那些技巧，现在都可以派上用场。如果沿着上面例子中的线索再深入一步，会有更广阔丰厚的与空间观念相联系的内容素材，传统几何课程中难觅踪迹的诸如投影、视图、直观推理等内容，都会逐渐浮现出来。这些看上去艰深的数学概念，这些好像离中小学很远的数学内容，其实就在我们身边。它们的面貌并不像这些名词那样高深莫测，它们是空间与图形领域不可或缺的重要题材，与培养空间观念密切相关。《标准》内容目标中提出的“知道物体的阴影是怎么形成的，并能根据光线的方向辨认实物的阴影”，“了解视点、视线及盲区的含义”等的意义也就在这里。

3.3 有助于学生形成空间观念的教学策略

学生经验是发展空间观念的基础。学生的空间知识来自丰富的现实原型，与现实生活关系非常紧密，这是他们理解和发展空间观念的宝贵资源。培养空间观念要将视野拓宽到生活的空间，重视现实世界中有关的空间与图形的问题。通过自主探索，逐步认识简单图形的形状、大小和相互位置关系，初步认识一些特殊图形的特征及性质，学会运用测量、计算、实际操作、图形变换、代数化以及推理等手段，解释和处理一些基本的空间图形问题。通过从不同的角度观察物体、辨别方位、动手操作、想象、描述和表示、分析和推理等活动，发展学生的空间观念。

空间观念是从现实生活中积累的丰富几何知识体验出发，从经验活动的过程中逐步建立起来的，发展学生空间观念的基本途径应当是多种多样，但无论何种途径，都是以学生的经验为基础。这些可能的途径包括：生活经验的回忆、实物观察、动手操作、想象、描述和表示、联想、模拟、分析和推理等。通过这些途径，学生感知和体验空间与图形的现实意义，初步体验 2 维与 3 维空间相互转换关系，逐步发展空间观念。

空间观念在发展的过程中逐步形成。一般说来，低学段的学生已经积累了一定的图形与空间方面的知识和经验，他们往往需要借助与生活实际有关的具体情境认识和把握与空间观念有关的内容，观察、操作等活动对于他们形成空间观念具有重要意义。这时要让学生亲自动手，让视觉、听觉、触觉等多种分析器官协同参与活动，使学生有较多的机会通过内容丰富的图形、符号感知和实物操作的探究活动，不断丰富归纳和类比的经验，使空间观

念得以形成和巩固。随着学段的增加，学生的语言表达能力、动手操作能力和自主探索的能力有所提高，他们可以通过观察、分析、独立思考、合作交流等方式，从形状、特征、方位、关系等多种角度认识事物。在这个基础上，分解、变换、运动以及确定方向和位置等诸多手段将使们更全面地感知和体验周围的事物，理解空间、把握空间，直观和抽象进一步相互融合，并逐步产生演绎和论证的需要，在发展的过程中形成空间观念。

空间观念的形成需要自主探索与合作交流的氛围。被动听讲和练习为主的方式是难以形成空间观念的。培养空间观念需要大量的实践活动，学生要有充分的时间和空间观察、测量、动手操作，对周围环境和实物产生直接感知，这些活动不仅需要自主探索、亲身实践，更离不开大家一起动手，共同参与。观察、操作、归纳、类比、猜测、变换、直观思考等对形成空间观念有重要作用的手段，只有在大家共同探讨，合作解决问题的过程中才能不断生成、发展。合作交流可以使学生更明确自己对空间的看法，并有机会分享同学的想法。大家的共同感受对促进空间观念的发展具有重要意义。

总之，无论对教材、教学还是教师，这里提到的空间观念都是一个需要重新认识的新课题，都应给予充分的关注。空间观念从理念变成有助于培养学生创新意识的现实，还需要深入进行研究和探讨，需要在实际操作过程中不断探索有利于学生形成空间观念的内容、情景和教学方式。而在这方面付出的不懈努力，极有可能产生有价值、有影响的数学教育研究成果，对《标准》的实施与完善起到积极的推动作用。

Views on Spatial Interpretation and Orientation

SUN Xiao-tian¹, KONG Fan-zhe², LIU Xiao-mei³

(1. Department of Mathematics, Central University for Nationalities, Beijing 100081, China;

2. Educational Institute, Jining Teacher's College, Shandong Jining 272025, China;

3. Department of Mathematics, Capital Normal University, Beijing 100037, China)

Abstract: This paper addressed the issues of why and how to increase spatial awareness through the main aspects of the National Mathematics Curriculum Standard (6-15), both in terms of curriculum development and in terms of implementation strategies. Affection would be paid to the representation of three-dimensional object in a plane and interpreting the relations between realities and photographs and drawings. This paper will also deal with the views for the necessity and possibilities to this reform.

Key words: the national mathematics curriculum standards; spatial awareness; spatial interpretation; spatial orientation

[责任编辑：陈汉君]